УДК 51:621.891+06 DOI: 10.12737/3518

# Расчётная модель двухслойного пористого подшипника конечной длины с учётом анизотропии пористых слоёв и нелинейных факторов\*

#### А. Ч. Эркенов, М. А. Мукутадзе, В. С. Новгородова, Т. С. Черкасова

Приводится асимптотическое решение по степеням относительного эксцентриситета задачи гидродинамического расчёта пористого двухслойного радиального подшипника конечной длины. Данное решение основывается на полных нелинейных уравнениях Навье — Стокса и на уравнении Дарси. Отличие предложенной расчётной модели состоит в том, что она учитывает анизотропию проницаемостей пористых слоёв, а также наличие источника смазки. Рассматривается случай, когда смазка принудительно попадает через поры внешнего пористого слоя. Найдено поле скоростей и давлений в смазочном и пористом слоях. В результате получены аналитические выражения для основных рабочих характеристик подшипника. Дана оценка влияния анизотропии проницаемостей пористых слоёв, нелинейных факторов, а также влияние источника смазки на основные рабочие характеристики подшипника.

**Ключевые слова:** двухслойный подшипник, анизотропия проницаемостей, несущая способность, сила трения, коэффициент нагруженности, коэффициент трения.

**Введение.** Как известно [1, 2], устойчивый жидкостный режим трения в пористых подшипниках можно обеспечить только регулярной подачей смазки в зазор. Анализ существующих работ [1–5], посвящённых расчёту пористых подшипников, работающих под давлением питания, показывает, что в приведённых здесь расчётных моделях не учитывается анизотропия проницаемости пористых слоёв одновременно в радиальном и окружном направлениях.

Для расчёта двухслойных пористых подшипников, работающих под давлением питания, необходимо представить коэффициент проницаемости в виде непрерывной функции, зависящей от радиальной и окружной координат. Однако учёт анизотропии только лишь в окружном направлении [3, 4] не позволяет представить коэффициент непроницаемости таким образом. Ниже нами приводится решение рассматриваемой задачи в нелинейной постановке при учете зависимости проницаемости пористых слоёв от радиальной и окружной координат.

**Постановка задачи.** Рассматривается установившееся течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре двухслойного пористого радиального подшипника конечной длины. Подшипник с неоднородным пористым слоем на его поверхности считается неподвижным, а шип вращается с угловой скоростью  $\Omega$ . Смазка в зазор пористого подшипника переменной проницаемости в осевом направлении подается под давлением питания.

Поместим начало цилиндрической системы координат r,  $\theta$ , z на оси подшипника на равном расстоянии / от его концов (1).

Тогда уравнения контуров шипа и подшипника можно записать в виде

$$c_1: r = b, \quad c_2: r = b + h_1, \quad c_3: r = b + h, \quad h = h_2 - h_1,$$
  
 $c_0: r = a \cdot (1 + H), \quad H = \epsilon \cos \theta - \frac{1}{2} \epsilon^2 \sin^2 \theta,$  (1)

где h — толщина пористого слоя; a — радиус шипа; b — радиус подшипника;  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ; e — эксцентриситет.

\_

<sup>\*</sup> Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

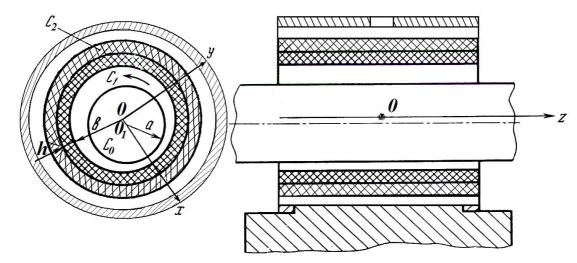


Рис. 1. Схематическое изображение радиального подшипника с многослойным пористым вкладышем и пористым шипом

Проницаемости пористых слоёв зададим таким образом, чтобы на границе раздела пористых слоёв они принимали одинаковые значения

$$k_{1}' = Ae^{\lambda_{1} \ln \frac{r}{b+h_{1}}} + \tilde{k}(\theta), \quad k_{2}' = Ae^{\lambda_{2} \ln \frac{r}{b+h_{1}}} + \tilde{k}(\theta). \tag{2}$$

Здесь A — заданная постоянная величина; безразмерные параметры  $\lambda_1 > 0$  и  $\lambda_2 > 0$  характеризуют распределение проницаемостей пористых слоёв в радиальном направлении. Функцию  $\tilde{k}\left(\theta\right)$  по аналогии с законом изменения формы смазочной плёнки зададим в виде  $\tilde{k} = -A'\cos\theta$ , где  $A'/A = \epsilon^* < 1$ . Также предполагается, что  $\epsilon^*$  и  $\epsilon$  — малые параметры одного порядка  $\epsilon = \eta^* \epsilon^*$ .

**Основные уравнения и граничные условия.** Будем исходить из безразмерных уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости в смазочном слое и в том числе в пористых слоях вкладыша, а также из уравнения неразрывности.

$$\begin{split} \text{Re} \Bigg[ u_r \, \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \, \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \, \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} \Bigg] &= -\frac{1}{\left(1 - \alpha\right)^2} \, \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r^2}{r^2} - \frac{2}{r^2} \, \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \,, \\ \text{Re} \Bigg[ u_r \, \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \, \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \, \frac{\partial u_\theta}{\partial z} - \frac{u_r u_\theta}{r} \Bigg] &= -\frac{1}{\left(1 - \alpha\right)^2} \, \frac{1}{r} \, \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} - \frac{u_\theta^2}{r^2} + \frac{2}{r^2} \, \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \,, \\ \text{Re} \Bigg[ u_r \, \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \, \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \, \frac{\partial u_z}{\partial z} \Bigg] &= -\frac{1}{\left(1 - \alpha\right)^2} \, \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \,, \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0, \\ \tilde{k}_1(r,\theta) \cdot \Bigg[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \Bigg] + \frac{\partial \tilde{k}_1}{\partial r} \, \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial \tilde{k}_1}{\partial \theta} \, \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0, \\ \tilde{k}_2(r,\theta) \cdot \Bigg[ \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \Bigg] + \frac{\partial \tilde{k}_2}{\partial r} \, \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r} \, \frac{\partial \tilde{k}_2}{\partial \theta} \, \frac{\partial F}{\partial \theta} = 0. \end{split}$$

Здесь  $\mathbf{U}_r$ ,  $\mathbf{U}_z$ ,  $\mathbf{U}_\theta$  — безразмерные компоненты вектора скорости; p — безразмерное гидродинамическое давление в смазочном слое;  $\Phi$  и F — соответственно безразмерные гидродинамические давления в пористых слоях;  $\tilde{k_1}$  и  $\tilde{k_2}$  — безразмерные проницаемости пористых слоёв.

Размерные величины r, z,  $\mathbf{U}_r$ ,  $\mathbf{U}_\theta$ ,  $\mathbf{U}_z$ , P,  $\Phi$ , F и  $k_1'$ ,  $k_2'$  связаны с безразмерными  $\tilde{r}$ ,  $\tilde{z}$ ,  $\tilde{\mathbf{U}}_r$ ,  $\tilde{\mathbf{U}}_\theta$ ,  $\tilde{\mathbf{U}}_z$ ,  $\tilde{P}$ ,  $\tilde{\Phi}$ ,  $\tilde{F}$ ,  $\tilde{k}_1$ ,  $\tilde{k}_2$  соотношениями

$$r = b\tilde{r}, \quad z = l\tilde{z}, \quad k_{1}' = A\tilde{k}_{1}, \quad k_{2}' = A\tilde{k}_{2}, \quad \mathsf{U}_{r} = \Omega a\tilde{\mathsf{U}}_{r}, \quad \mathsf{U}_{\theta} = \Omega a\tilde{\mathsf{U}}_{\theta}$$

$$P = \frac{\mu \Omega ab}{\left(b - a\right)^{2}} \tilde{P}, \quad \Phi = \frac{\mu \Omega ab}{b - a} \tilde{\Phi}, \quad F = \frac{\mu \Omega ab}{b - a} \tilde{F}$$

$$(4)$$

В дальнейшем знак ~ у безразмерных переменных опускается.

Система уравнений (3) решается при следующих граничных условиях.

- 1. На контуре  $c_1$  выполняется непрерывность давлений  $(P = \Phi)$ , а компонента вектора скорости  $\upsilon$ , определяется законом Дарси. Остальные компоненты равны нулю.
  - 2. На границе раздела пористых слоёв

$$\Phi = F$$
,  $k_1 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = k_2 \frac{\partial F}{\partial r}$ .

- 3.  $F|_{r-h+h} = p_q$  , где  $p_q$  закон подачи смазки.
- 4. На контуре  $c_1$  при  $z=\pm \gamma$  давление равно  $\overline{p}_A$  , где  $\overline{p}_A=p_a/p^*$  .
- 5. На поверхности шипа выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}_{r}\left(\mathbf{\alpha} + \mathbf{\alpha}H\right) &= \mathbf{U}_{r}\big|_{r=\mathbf{\alpha}} + \left(\frac{\partial \mathbf{U}_{r}}{\partial r}\right)_{r=\mathbf{\alpha}} \mathbf{\alpha}H + \dots = -\varepsilon \sin \theta, \\
\mathbf{U}_{\theta}\left(\mathbf{\alpha} + \mathbf{\alpha}H\right) &= \mathbf{U}_{\theta}\big|_{r=\mathbf{\alpha}} + \left(\frac{\partial \mathbf{U}_{\theta}}{\partial r}\right)_{r=\mathbf{\alpha}} \mathbf{\alpha}H + \dots = 1, \\
\mathbf{W}\left(\mathbf{\alpha} + \mathbf{\alpha}H\right) &= \mathbf{W}\big|_{r=\mathbf{\alpha}} + \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial r}\right)_{r=\mathbf{\alpha}} \mathbf{\alpha}H + \dots = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Асимптотическое решение задачи. Установив закон подачи смазки как

$$p_g = c\left(z^2 - \gamma^2\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \theta + b_n \sin \theta\right) \varepsilon^n , \qquad (6)$$

решение системы (3), удовлетворяющее выше приведённым граничным условиям, будем искать в виде:

$$p = A \cdot (z^{2} - \gamma^{2}) + \overline{p}_{A} + P(r,\theta), \quad \Phi = N \cdot (z^{2} - \gamma^{2}) + \overline{p}_{A} + R_{1}(r,\theta), \quad F = N \cdot (z^{2} - \gamma^{2}) + \overline{p}_{A} + R_{2}(r,\theta), \quad U_{r} = u(r,\theta), \quad U_{\theta} = v(r,\theta), \quad U_{z} = w(r,\theta)z$$

$$(7)$$

Исходя из вида граничных условий функции P, R,  $\Phi$ ,  $u(r,\theta)$ ,  $v(r,\theta)$  будем искать в виде рядов по степеням параметра  $\varepsilon$ :

$$P = P_{0}(r) + \varepsilon P_{1}(r_{1}, \theta) + ..., R_{1} = \Phi_{0}(r) + \varepsilon \Phi_{1}(r_{1}, \theta) + ..., R_{2} = F_{0}(r) + \varepsilon F_{1}(r_{1}, \theta) + ..., u = u_{0}(r) + \varepsilon u_{1}(r, \theta) + ..., w = w_{0}(r) + \varepsilon w_{1}(r, \theta) + ...$$
(8)

Для определения коэффициентов разложений (8) с точностью до членов  $O(\epsilon^2)$  придём к следующей системе уравнений и граничных условий к ним:

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{du_{0}}{dr} - \frac{\mathsf{U}_{0}^{2}}{r}\right] = -\frac{1}{\left(1-\mathsf{a}\right)^{2}}\frac{dp_{0}}{dr} + \frac{d^{2}u_{0}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{du_{0}}{dr} - \frac{u_{0}}{r^{2}},$$

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{d\mathsf{U}_{0}}{dr} + \frac{u_{0}\mathsf{U}_{0}}{r}\right] = \frac{d^{2}\mathsf{U}_{0}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{d\mathsf{U}_{0}}{dr} - \frac{\mathsf{U}_{0}}{r^{2}},$$

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{dw_{0}}{dr}+w_{0}^{2}\right] = -\frac{2A}{(1-a)^{2}} + \frac{d^{2}w_{0}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{dw_{0}}{dr},$$

$$\frac{du_{0}}{dr}+w_{0} + \frac{u_{0}}{r} = 0, \quad \frac{d^{2}\Phi_{0}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{d\Phi_{0}}{dr} = \frac{\lambda_{1}}{r}\frac{d\Phi_{0}}{dr}, \quad \frac{d^{2}F_{0}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{dF_{0}}{dr} = \frac{\lambda_{2}}{r}\frac{dF_{0}}{dr},$$

$$\frac{d^{2}N}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{dN}{dr} - \frac{2}{\gamma^{2}}N = 0. \qquad (9)$$

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{\partial u_{1}}{\partial r} + u_{1}\frac{du_{0}}{dr} + \frac{u_{0}}{r}\frac{\partial u_{1}}{\partial \theta} - 2u_{0}u_{1}\frac{1}{r}\right] = -\frac{1}{(1-a)^{2}}\frac{\partial p_{1}}{\partial r} + \frac{\partial^{2}u_{1}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}u_{1}}{\partial \theta^{2}} - \frac{2}{r^{2}}\frac{\partial u_{1}}{\partial \theta},$$

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{\partial u_{1}}{\partial r} + u_{1}\frac{du_{0}}{dr} + \frac{u_{1}u_{0} + u_{0}u_{1}}{r}\frac{\partial u_{0} + u_{1}u_{0} + u_{0}u_{1}}{r}\right] = -\frac{1}{(1-a)^{2}}\frac{1}{r}\frac{\partial p_{1}}{\partial \theta} + \frac{\partial^{2}u_{1}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}u_{1}}{\partial \theta^{2}} - \frac{u_{1}}{r^{2}} + \frac{2}{r^{2}}\frac{\partial u_{1}}{\partial \theta},$$

$$\operatorname{Re}\left[u_{0}\frac{\partial w_{1}}{\partial r} + u_{1}\frac{\partial w_{0}}{\partial r} + \frac{u_{1}u_{0} + u_{0}u_{1}}{r}\frac{\partial w_{0}}{\partial r}\right] = \frac{\partial^{2}w_{1}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial w_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}w_{1}}{\partial \theta^{2}},$$

$$\frac{\partial u_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_{1}}{\partial \theta} + \frac{u_{1}}{r} = 0, \quad \frac{\partial^{2}\Phi_{1}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}\Phi_{1}}{\partial \theta^{2}} = -\frac{\lambda_{1}}{r}\frac{\partial\Phi_{1}}{\partial r},$$

$$\frac{\partial^{2}F_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_{1}}{\partial r} + \frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}F_{1}}{\partial \theta^{2}} = -\frac{\lambda_{2}}{r^{2}}\frac{\partial F_{1}}{\partial r}.$$

$$(10)$$

Граничные условия запишем в виде:

$$u_{0}(\alpha) = 0, \quad u_{0}(\alpha) = 1, \quad w_{0}(\alpha) = 0, \quad N_{1}(1) = A, \quad N'_{1}(1) = 0,$$

$$u_{0}(1) = -\Psi(1 - \alpha)\Phi'_{0}(1), \quad u_{0}(1) = 0, \quad W_{0}(1) = -\Psi(1 - \alpha), \quad \Phi_{0}(1) = P_{0}(1),$$

$$\Phi_{0}(\beta_{1}) = F_{0}(\beta_{1}), \quad \Phi'_{0}(\beta_{1}) = F'_{0}(\beta_{1}), \quad \Phi_{0}(\beta_{2}) = p_{g}^{0} - \overline{p}_{A}, \quad N(\beta_{2}) = c,$$

$$u_{1}(\alpha, \theta) = -\sin\theta, \quad u_{1}(\alpha, \theta) = -u'_{0}(\alpha)\alpha\cos\theta, \quad w_{1}(\alpha, \theta) = -w'_{0}(\alpha)\alpha\cos\theta,$$

$$w_{1}(1, \theta) = 0, \quad u_{1}(1, \alpha) = -\Psi(1 - \alpha)\frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=1} + \Psi(1 - \alpha)\Phi'_{0}(1)\eta^{*}\cos\theta,$$

$$u_{1}(1, \alpha) = -u(1 - \alpha)\frac{\partial\Phi_{1}}{\partial r} \quad P_{1}(1, \theta) = \Phi_{1}(1, \theta) = 0, \quad F_{1}(\beta_{1}, \theta) = a, \cos\theta + b, \sin\theta$$

$$\mathbf{U}_{1}(\mathbf{1}, \mathbf{\alpha}) = -\mathbf{\Psi}(\mathbf{1} - \mathbf{\alpha}) \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial \theta}, \quad P_{1}(\mathbf{1}, \mathbf{\theta}) = \Phi_{1}(\mathbf{1}, \mathbf{\theta}) = 0, \quad F_{1}(\beta_{2}, \mathbf{\theta}) = a_{1} \cos \theta + b_{1} \sin \theta, \\
\Phi_{1}(\beta_{1}, \mathbf{\theta}) = F_{1}(\beta_{1}, \mathbf{\theta}), \quad \Phi'_{1}(\beta_{1}, \mathbf{\theta}) = F'_{1}(\beta_{1}, \mathbf{\theta}). \tag{12}$$

Здесь 
$$\beta_1 = 1 + \frac{h_1}{b}$$
,  $\beta_2 = 1 + \frac{h}{b}$ ,  $\psi = \frac{Ab}{(b-a)^3} \cdot e^{\lambda_1 \ln \frac{b}{b+h_1}}$ .

Исходя из вида граничных условий, решение системы (10) для первого приближения будем искать в виде:

$$u_{1} = u_{11}(r)\cos\theta + u_{12}(r)\sin\theta, \ u_{1} = u_{11}(r)\cos\theta + u_{12}(r)\sin\theta,$$

$$w_{1} = w_{11}(r)\cos\theta + w_{12}(r)\sin\theta, \ P_{1} = P_{11}(r)\cos\theta + P_{12}(r)\sin\theta,$$

$$u_{1} = u_{11}(r)\cos\theta + u_{12}(r)\sin\theta, \ \Phi_{1} = \Phi_{11}(r)\cos\theta + \Phi_{12}(r)\sin\theta,$$

$$F_{1} = F_{11}(r)\cos\theta + F_{12}(r)\sin\theta.$$
(13)

Подставляя выражение (13) в уравнения (10) и граничные условия (12), получим:

$$u_{11}'' + \frac{1}{r}u_{11}' - \frac{2}{r^2}u_{11} - \frac{2}{r^2}u_{12} = \frac{1}{(1-a)^2}p_{11}' + \text{Re}\left[u_0u_{11}' + u_0'u_{11} + \frac{u_0}{r}u_{12} - \frac{2u_0}{r}u_{11}\right],$$

$$u_{12}'' + \frac{1}{r} u_{12}' - \frac{2}{r^2} u_{12} - \frac{2}{r^2} u_{11} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} P_{12}' + \text{Re} \left[ u_0 u_{12}' + u_0' u_{12} - \frac{u_0}{r} u_{11} - \frac{2u_0}{r} u_{12} \right],$$

$$u_{11}'' + \frac{1}{r} u_{11}' - \frac{2}{r^2} u_{11} + \frac{2}{r^2} u_{12} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \frac{1}{r} P_{12} + \text{Re} \left[ u_0 u_{11}' + u_0' u_{11} + \frac{u_0}{r} u_{12} + \frac{u_0}{r} u_{11} + \frac{u_0}{r} u_{11} \right],$$

$$u_{12}'' + \frac{1}{r} u_{12}' - \frac{2}{r^2} u_{12} - \frac{2}{r^2} u_{11} = -\frac{1}{(1-\alpha)^2} \frac{1}{r} P_{11} + \text{Re} \left[ u_0 u_{12}' + u_{12}' u_0 - \frac{u_0}{r} u_{11} + \frac{u_0}{r} u_{12} + \frac{u_0}{r} u_{12} \right],$$

$$w_{11}'' + \frac{1}{r} w_{11}' - \frac{1}{r^2} w_{11} = \text{Re} \left[ u_0 w_{11}' + w_0' u_{11} + \frac{u_0}{r} w_{12} \right],$$

$$w_{12}'' + \frac{1}{r} w_{12}' - \frac{1}{r^2} w_{12} = \text{Re} \left[ u_0 w_{12}' + w_0' u_{12} + \frac{u_0}{r} w_{11} + 2w_0 w_1 \right],$$

$$u_{11}'' + \frac{1}{r} u_{12} + \frac{u_{11}}{r} = 0, \quad u_{12}'' - \frac{1}{r} u_{11} + \frac{u_{12}}{r} = 0,$$

$$u_{11}'' + \frac{1}{r} u_{12}' - \frac{1}{r^2} u_{12} = \frac{\lambda_1}{r} u_{11}', \quad u_{12}'' - \frac{1}{r} u_{11} + \frac{u_{12}}{r} = 0,$$

$$u_{11}(\alpha) = 0, \quad u_{12}(\alpha) = -1, \quad u_{11}(\alpha) = -u_0'(\alpha)\alpha,$$

$$u_{12}(\alpha) = 0, \quad w_{11}(\alpha) = -w_0'(\alpha)\alpha, \quad w_{12}(\alpha) = 0,$$

$$u_{11}(1) = -\psi(1-\alpha)\theta_{11}'(1) - (1-\alpha)u_0'(1)\eta^*, \quad u_{12}(1) = -\psi(1-\alpha)\Phi_{12}'(1),$$

$$u_{11}(1) = -\psi(1-\alpha)\Phi_{12}'(1), \quad u_{12}(1) = -\psi(1-\alpha)\Phi_{11}'(1),$$

$$w_{11}(1) = 0, \quad w_{12}(1) = 0, \quad p_{11}(1) = 0, \quad p_{12}(1) = 0,$$

$$\Phi_{11}(1) = 0, \quad \Phi_{12}(1) = 0, \quad F_{11}(\beta_2) = a_1, \quad F_{12}(\beta_2) = b_1,$$

$$F_{11}(\beta_1) = \Phi_{11}(\beta_1), \quad F_{12}(\beta_1) = \Phi_{12}(\beta_1), \quad F_{11}(\beta_1) = \Phi_{11}'(\beta_1), \quad F_{12}'(\beta_1) = \Phi_{12}'(\beta_1).$$
(15)

Заменяя в выражениях (9), (11), (14) и (15) производные слагаемые конечноразностными представлениями, получим систему алгебраических уравнений, которая решается методом Гаусса — Зейделя.

**Определение основных рабочих характеристик подшипника.** Определив поле скоростей и давлений в смазочном слое, можно перейти к определению основных рабочих характеристик подшипника. Для составляющих вектора поддерживающей силы  $R_x$  и  $R_y$ , а также для момента трения получим следующие выражения:

$$R_{x} = \frac{\varepsilon \Pi \gamma \mu a^{2} b \Omega I}{\left(b - a\right)^{2}} p_{11}\left(\alpha\right), \quad R_{y} = \frac{\varepsilon \Pi \gamma \mu a^{2} b \Omega I}{\left(b - a\right)^{2}} p_{12}\left(\alpha\right),$$

$$M_{\tau p} = \frac{a^{3} \mu \Omega \gamma \Pi I}{b} \left[ U_{0}'\left(\alpha\right) - \frac{U_{0}\left(\alpha\right)}{a} \right].$$
(16)

Основными рабочими характеристиками рассматриваемого подшипника являются: коэффициент нагруженности  $\varsigma$ , коэффициент сопротивления вращению  $\xi$ , коэффициент трения f. Они определяются по формулам:

$$\varsigma = \frac{N(1-\alpha)^2}{2la\mu\Omega}, \quad N = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad \xi = \frac{M(1-\alpha)}{2la^2\mu\Omega}, \quad \frac{f}{1-\alpha} = \frac{\xi}{\varsigma}.$$
 (17)

Кроме того, параметрами рассматриваемого пористого подшипника, влияющими на его работоспособность, являются:

— постоянная проницаемость стенки вкладыша, прилегающей к смазочному слою (характеризуется параметром ψ);

- радиальный относительный эксцентриситет  $\varepsilon^* = \frac{e}{b-a}$ ;
- параметр  $\eta^*\epsilon$ , обусловленный переменной составляющей проницаемости в окружном направлении;
- толщина вкладыша, характеризуемая безразмерной величиной  $\beta_2 = \frac{b+h}{h}$ ;
- отношение толщины пористых слоёв  $\frac{h_2}{h_1}$ ;
- длина подшипника l, характеризуемая безразмерным параметром  $\gamma = \frac{l}{h}$ ;
- параметры  $\;p_g^0$  ,  $\;\overline{p}_a$  ,  $\;a_1$  ,  $\;b_1$  , обусловленные наличием давления питания;
- число Рейнольдса (Re);
- параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , характеризующие распределение давления в радиальном направлении в пористых слоях.

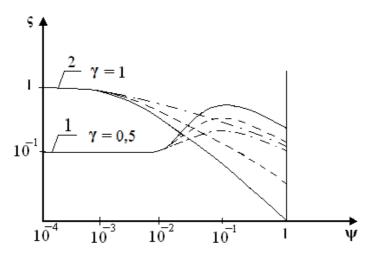


Рис. 2. Зависимость коэффициента нагруженности от параметра  $\psi$ :  $\lambda_1=\lambda_2=0$  ;  $\alpha=0,998$  ;  $\overline{\rho}_g-\overline{\rho}_a=0,5$  ;  $\beta_2=1,6$ ;  $1-\gamma=0,5$ ;  $2-\gamma=1$ ; сплошная линия —  $\beta_1=1,1$ ; пунктир —  $\beta_1=1,2$ ; пунктир с точкой —  $\beta_1=1,4$ 

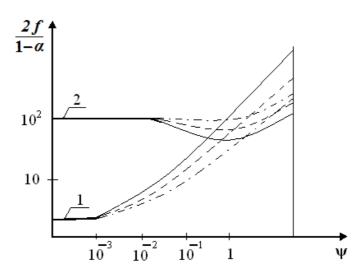


Рис. 3. Зависимость коэффициента трения от параметра  $\psi$ :  $\lambda_1=\lambda_2=0$ ;  $\alpha=0,998$ ;  $\overline{\rho}_g-\overline{\rho}_a=0,5$ ;  $\beta_2=1,6$ ;  $1-\gamma=2$ ;  $2-\gamma=0,5$ ; сплошная линия —  $\beta_1=1,1$ ; пунктир —  $\beta_1=1,2$ ; пунктир с точкой —  $\beta_1=1,4$ 

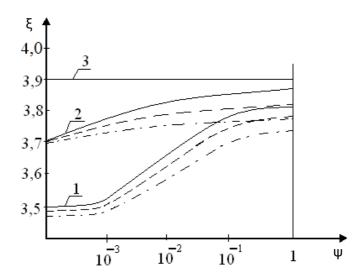


Рис. 4. Зависимость коэффициента сопротивления от коэффициента проницаемости:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ;  $\alpha = 0,998$ ;  $\bar{p}_g - \bar{p}_s = 0,5$ ;  $\beta_2 = 1,6$ ;  $1 - \gamma = 2$ ;  $2 - \gamma = 1$ ;  $3 - \gamma = 0,5$ ; сплошная линия —  $\beta_1 = 1,1$ ; пунктир —  $\beta_1 = 1,2$ ; пунктир с точкой —  $\beta_1 = 1,4$ 

**Заключение.** Результаты численного анализа, приведённые на рис. 2—4, показывают следующее.

- 1. При значении параметра  $\tilde{\epsilon}=\epsilon$ , т. е. в случае, если проницаемость пористого слоя по окружности меняется по тому же закону, что и форма смазочной плёнки, подшипник по несущей способности обладает свойством подшипника двойного действия.
- 2. При  $\lambda_1=\lambda_2=0$  , т. е. в случае однослойного однородного пористого вкладыша в зависимости коэффициента нагруженности от параметра c при значениях  $\gamma \le 1$  наблюдается ярко выраженный максимум при  $\psi \approx 10^{-1}$ .
- 3. При  $\lambda_1=\lambda_2=0$  и  $\gamma\geq 1$  с увеличением значения параметра  $\psi$  значение коэффициента нагруженности уменьшается. Наиболее резкое снижение значения коэффициента нагруженности наблюдается при  $\psi\approx 10^{-3}$  .
- 4. При  $\lambda_1=\lambda_2=0$ ,  $\gamma\in[1;2]$  с увеличением значения параметра  $\psi$  значение коэффициента трения увеличивается. При этом резкое увеличение коэффициента трения имеет место при значениях  $\psi\geq 10^{-3}$ . При значениях  $\psi<10^{-3}$  коэффициент трения практически остается постоянным с увеличением параметра  $\psi$ .
- 5. При  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ;  $\gamma = 0.5$ ;  $\beta \in [1,1;1,2]$  в зависимости коэффициента трения от параметра  $\psi$  наблюдается ярко выраженный минимум при  $\psi \approx 1$ .
- 6. Расчеты показывают, что при  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , т. е. в случае двухслойного пористого подшипника, при значениях  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} < 1$  и  $\frac{h_2}{h_1} > 1$  подшипник обладает более высокой несущей способностью, чем при  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1$  и  $\frac{h_2}{h_1} < 1$ .
- 7. Приведённые выше (в пунктах 1–5) выводы остаются в силе и при  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , т. е. и в случае пористого двухслойного подшипника при непрерывном изменении проницаемости пористых слоёв в окружном и радиальном направлениях.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод. При учёте анизотропии проницаемости пористых слоёв в окружном и радиальном направлениях можно обеспечить повышенную несущую способность подшипника при достаточно низком значении коэффициента трения.

#### Библиографический список

- 1. Кочетова, С. Ф. Сложнонагруженный подшипник конечной длины с вкладышем в виде ряда сплошных и пористых втулок, запрессованных в непроницаемый корпус / С. Ф. Кочетова, И. С. Стасюк. Вестник РГУПС. 2003. № 2. С. 34—41.
- 2. Математическая модель течения смазки в зазоре радиального подшипника конечной длины со слоистым пористым вкладышем переменной толщины / К. С. Ахвердиев [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000.  $N^{\circ}$  6. С. 23—25.
- 3. Ахвердиев, К. С. Гидродинамический расчёт радиального подшипника конечной длины при наличии перекоса / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник РГУПС. 2011. № 4 (44). С. 168—178.
- 4. Ахвердиев, К. С. Гидродинамический расчёт радиального подшипника скольжения, работающего в турбулентном режиме трения при неполном заполнении зазора вязкоупругой смазкой / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник машиностроения. 2009.  $\mathbb{N}^{0}$  7. С. 11–17.
- 5. Мукутадзе, М. А. Расчётная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки [Электронный ресурс] / М. А. Мукутадзе [и др.] // Инженерный вестник Дона. 2013.  $N^{\circ}$  3. Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive//n3y2013/1765 (дата обращения: 16.01.2014).

Материал поступил в редакцию 31.05.2013.

#### References

- 1. Kochetova, S. F., Stasyuk, I. S. Slozhnonagruzhennyy podshipnik konechnoy dliny s vkladyshem v vide ryada sploshnykh i poristykh vtulok, zapressovannykh v nepronitsayemyy korpus. [Highpressure finite-length bearing with a liner in the form of a series of solid and porous bushings pressed in sealed container.] Vestnik RGUPS, 2003, no. 2, pp. 34–41 (in Russian).
- 2. Akhverdiyev, K. S., et al. Matematicheskaya model techeniya smazki v zazore radialnogo podshipnika konechnoy dliny so sloistym poristym vkladyshem peremennoy tolshchiny. [Mathematical model of lubrication flow in journal finite-length bearing clearance with laminated porous variable-thickness bushing.] Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin, 2000, no. 6, pp. 23–25 (in Russian).
- 3. Akhverdiyev, K. S., et al. Gidrodinamicheskiy raschet radialnogo podshipnika konechnoy dliny pri nalichii perekosa. [Hydrodynamic calculation of journal finite-length bearing with skew.] Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya, 2011, no. 4 (44), pp. 168–178 (in Russian).
- 4. Akhverdiyev, K. S., et al. Gidrodinamicheskiy raschet radialnogo podshipnika skolzheniya, rabotayushchego v turbulentnom rezhime treniya pri nepolnom zapolnenii zazora vyazkouprugoy smazkoy. [Hydrodynamic calculation of journal bearing operating under turbulent friction conditions by incomplete clearance-filling with viscoelastic lubricant.] Vestnik mashinostroeniya, 2009, no. 7, pp. 11–17 (in Russian).
- 5. Mukutadze, M. A., et al. Raschetnaya model gidrodinamicheskoy smazki neodnorodnogo poristogo podshipnika konechnoy dliny, rabotayushchego v ustoychivom nestatsionarnom rezhime treniya pri nalichii prinuditelnoy podachi smazki. [Design model of hydrodynamic lubrication of nonuniform porous finite-length bearing operating under stable transient friction conditions with force feed lubrication.] Inzhenernyy vestnik Dona, 2013, no. 3. Available at: http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765 (accessed: 16.01.2014) (in Russian).

## DESIGN MODEL OF DOUBLE-LAYER POROUS FINITE-LENGTH BEARING WITH REGARD TO ANISOTROPY OF POROUS LAYERS AND NONLINEAR FACTORS\*

### A. C. Erkenov, M. A. Mukutadze, V. S. Novgorodova, T. S. Cherkasova

The asymptotic solution to the problem on the hydrodynamic calculation of the porous double-layer radial finite-length bearing is provided on the eccentricity ratio levels. The solution is based on full nonlinear Navier—Stokes equations, and on Darcy's equation. The distinction of the suggested design model is that it allows for the permeability anisotropy of the porous layers, and availability of a greasing source. A case when greasing forcibly gets through pores of an external porous layer is considered. A velocity and pressure field in the lubricant and porous layers is found. As a result, analytical expressions for the main performance data of the bearing are obtained. The effect of the permeability anisotropy of porous layers, nonlinear factors, as well as the influence of a greasing source on the basic performance characteristics of the bearing are evaluated.

**Keywords:** double-layer bearing, permeability anisotropy, bearing capacity, friction force, loading coefficient, friction factor.

<sup>\*</sup> The research is done within the frame of the independent R&D.